

УСЛОВИЯ УРАВНОВЕШИВАНИЯ РОТОРА АБСОЛЮТНО ТВЕРДЫМ ТЕЛОМ С НЕПОДВИЖНОЙ ТОЧКОЙ НА ОСИ ВАЛА

(Представлено членом-корреспондентом НАН Украины Н.А. Перестюком)

It was obtained conditions imposed on geometry of mass of a absolute rigid body, at which fulfilment this body with a fixed point on an axis of the shaft of a rotor can balanced the rotor in a certain plane of correction. The examples of absolute rigid bodies satisfying to obtained conditions are adduced.

Для уравнивания на ходу быстро вращающихся роторов применяются пассивные автобалансиры, такие как маятниковые, кольцевые, шаровые и т.д. В них подвижные массы со временем сами приходят в положение, в котором наиболее уравнивают ротор и при неизменном дисбалансе и скорости вращения ротора двигаются с ним как одно целое [1]. В этой работе, судя по имеющимся материалам, впервые определяются условия, при выполнении которых абсолютно твёрдое тело (АТТ) с неподвижной точкой на оси вала сможет уравновесить ротор в определённой плоскости коррекции. Определяется положение плоскости коррекции и геометрия масс АТТ.

Пусть в точке O оси вала подвешено АТТ. Предполагаем, что выполняются следующие условия идеального уравнивания ротора:

- 1) движение системы ротор - АТТ установилось, в результате чего относительное движение АТТ прекратилось, и система вращается с постоянной угловой скоростью;
- 2) ось вала совместилась с осью вращения;
- 3) силы тяжести заметно не влияют на движение системы и их действием можно пренебречь.

Чтобы АТТ могло уравнивать дисбаланс его центр масс не должен совпадать с точкой подвеса. Расстояние от точки подвеса до центра масс АТТ обозначим через ρ . Предполагаем, что дисбаланс ротора по модулю ограничен.

Проведём через точку O главные оси инерции АТТ и обозначим их через ξ, η, ζ . Пусть относительно них главные осевые моменты инерции - J_ξ, J_η, J_ζ . Движение АТТ вокруг неподвижной точки задают уравнения Эйлера [2]:

$$J_\xi \frac{d\omega_\xi}{dt} + (J_\zeta - J_\eta)\omega_\eta\omega_\zeta = M_\xi, \quad J_\eta \frac{d\omega_\eta}{dt} + (J_\xi - J_\zeta)\omega_\xi\omega_\zeta = M_\eta, \quad J_\zeta \frac{d\omega_\zeta}{dt} + (J_\eta - J_\xi)\omega_\xi\omega_\eta = M_\zeta. \quad (1)$$

Тут: $\omega_\xi, \omega_\eta, \omega_\zeta$ - проекции угловой скорости АТТ на оси ξ, η, ζ ; M_ξ, M_η, M_ζ - моменты внешних сил относительно осей ξ, η, ζ .

В установившихся движениях производные обращаются в ноль. Из внешних сил моменты образуют силы тяжести, но по предположению их влиянием можно пренебречь. Тогда, уравнения установившегося движения АТТ примут вид

$$(J_\zeta - J_\eta)\omega_\eta\omega_\zeta = 0, \quad (J_\xi - J_\zeta)\omega_\xi\omega_\zeta = 0, \quad (J_\eta - J_\xi)\omega_\xi\omega_\eta = 0. \quad (2)$$

Будем рассматривать уравнения (2) как условия. При их выполнении главный момент сил инерции АТТ относительно точки O равен нулю и силы инерции не отклоняют АТТ от положения, в котором оно уравнивает ротор. Также силы инерции сводятся к равнодействующей, которая приложена в точке O . Поскольку все элементарные силы инерции перпендикулярны оси вала, то и их равнодействующая перпендикулярна оси. Поэтому плоскость коррекции АТТ проходит через точку подвеса O и перпендикулярна валу.

Проведём через точку O подвижные оси x, y, z . Пусть при этом ось z совпадает с осью вращения и направлена в сторону вектора угловой скорости $\vec{\omega}$, а оси x, y вращаются с этой

скоростью вместе с ротором и направлены так, что система осей правая. Заметим, что $\omega = \omega_z = const$. В установившихся движениях оси ξ, η, ζ занимают по отношению осей x, y, z определённое фиксированное положение и вращаются вместе с ними с угловой скоростью $\bar{\omega}$. Рассмотрим следующие принципиально различные случаи.

1. Оси ξ, η, ζ могут быть получены из осей x, y, z поворотом вокруг оси z на угол θ (рис. 1, а). Заметим, что само АТТ может совершать произвольные сферические движения. Тогда ось z главная ось инерции,

$$\omega_\xi = \omega_\eta = 0, \quad \omega_\zeta = \omega, \quad (3)$$

и уравнения (2) выполняются тождественно.

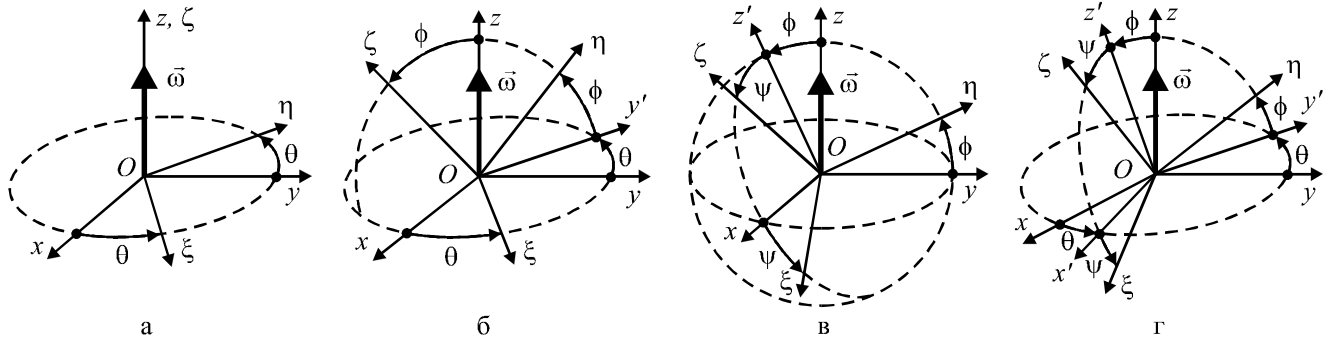


Рисунок 1. Принципиально различные случаи получения главных осей ξ, η, ζ из осей x, y, z .

В этом случае одно АТТ не может уравновесить произвольный по величине дисбаланс. В установившихся движениях его центр масс движется в плоскости коррекции по окружности. Поэтому уравновешиваемый им дисбаланс постоянен по величине и может менять только направление.

Произвольный дисбаланс могут уравновесить два АТТ, но при выполнении дополнительного условия:

$$m_1 h_1 = m_2 h_2, \quad (4)$$

- у двух АТТ одинаковы произведение массы на расстояние от центра масс до оси вала. Это условие необходимо для того, чтобы при отсутствии дисбаланса два АТТ могли друг друга уравновесить.

Предположим, что АТТ могут поворачиваться только вокруг оси z . Тогда случаю равных АТТ соответствуют классические автобалансиры, такие, как кольцевые, шаровые, маятниковые (с маятниками на валу ротора) [1]. Этому случаю соответствуют и маятниковые автобалансиры со связями [3]. Случаю разных АТТ соответствуют автобалансиры с рядным расположением шаров [4].

2. Оси ξ, η, ζ могут быть получены из осей x, y, z двумя последовательными поворотами: вокруг оси z на угол θ , вокруг оси ξ на угол ϕ (рис. 1, б). Само АТТ может совершать произвольные сферические движения. Тогда

$$\omega_\xi = 0, \quad \omega_\eta, \omega_\zeta \neq 0, \quad (5)$$

и из уравнений (2) находим следующее условие

$$J_\eta = J_\zeta. \quad (6)$$

При отсутствии дисбаланса центр масс АТТ должен находиться на оси вала. С учётом последовательности поворотов осей это будет возможно если центр масс АТТ будет находиться в плоскости $O\eta\zeta$. В силу условия (6) каждая ось, лежащая в этой плоскости и проходящая через точку O – главная. Поэтому не ограничивая общности можно считать, что в главных осях ξ, η, ζ центр масс АТТ должен иметь координаты

$$\vec{\rho}_G = (0, 0, -\rho). \quad (7)$$

Элементарной системой, удовлетворяющей условиям (6), (7) является два связанных под прямым углом математических маятника (рис. 2, а). Из элементарной системы можно получить другие АТТ, удовлетворяющие этим условиям. Это два связанных под прямым углом стержня или физических маятника (рис. 2, б, в), полукольцо и полукруг (рис. 2, г, д). Из плоских фигур можно получать объёмные. При этом по свойству главных осей [2], последние должны быть симметричны относительно плоскости исходной фигуры (рис. 2, е, ж). Удовлетворяют условию (5) полусфера и полушар (рис. 2, л, м). Из объёмных АТТ при наименьших габаритах наибольшей балансировочной ёмкостью обладает полушар. Среди плоских АТТ такие свойства проявляет полукруг.

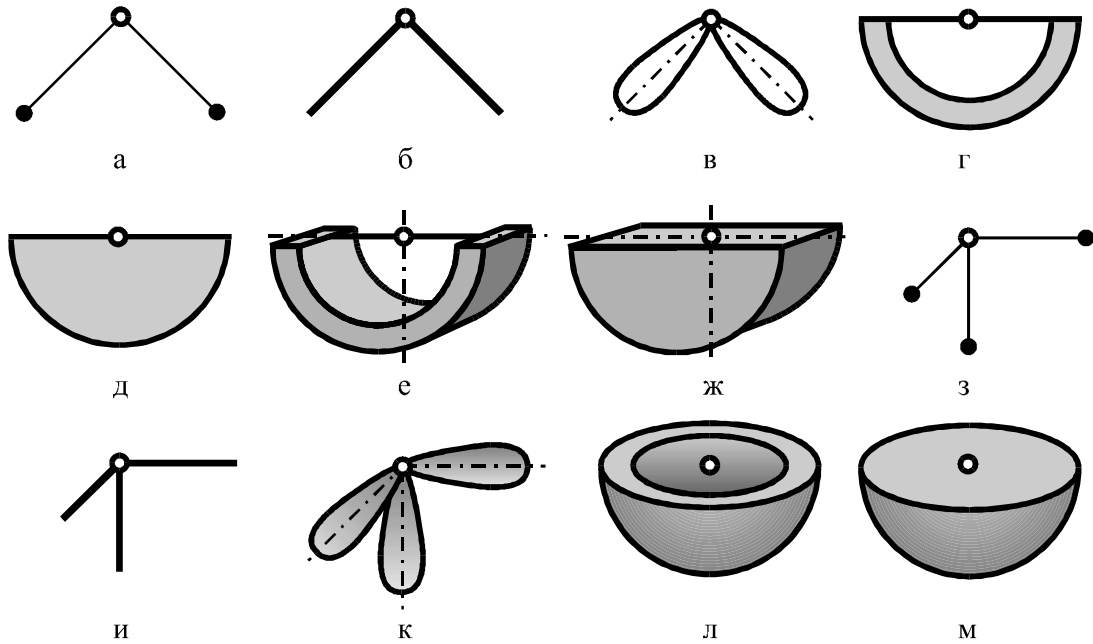


Рисунок 2. Абсолютно твёрдые тела с неподвижной точкой на оси вала ротора

3. Оси ξ , η , ζ могут быть получены из осей x , y , z двумя последовательными поворотами: вокруг оси x на угол ϕ , вокруг оси η на угол ψ (рис. 2, в). Тогда

$$\omega_\xi, \omega_\eta, \omega_\zeta \neq 0, \quad (8)$$

и из уравнений (2) находим следующие условия

$$J_\xi = J_\eta = J_\zeta. \quad (9)$$

Из-за симметрии тензора инерции, не ограничивая общности можно полагать, что в главных осях ξ , η , ζ центр масс АТТ имеет координаты

$$\vec{\rho}_G = (0, 0, -\rho). \quad (10)$$

Элементарная система, удовлетворяющая условиям (9), (10), состоит из трёх взаимно-перпендикулярных математических маятников (рис. 2, з). Из этой системы можно получить другие АТТ, удовлетворяющие условиям (9), (10). Это три взаимно-перпендикулярных стержня или физических маятника (рис. 2, и, к). Этим условиям удовлетворяют полусфера и полушар (рис. 2, л, м).

4. Оси ξ , η , ζ могут быть получены из осей x , y , z тремя последовательными поворотами: вокруг оси z на угол θ , вокруг оси x' , в которую переходит ось x после первого

поворота на угол ϕ вокруг оси η на угол ψ (рис. 1, г). Этот случай, как и предыдущий, приводит к условиям (9), (10).

В рассмотренных случаях предполагалось, что АТТ может совершать произвольные сферические движения вокруг точки подвеса. Для уравнивания ротора такое количество степеней свободы избыточно. Однако в сферическом движении АТТ, установленное в вязкой среде может одновременно уравнивать ротор и демпфировать его вибрации (угловые и крутильные колебания). Наложение связей на движение АТТ позволяет получать автобалансиры, синхронно вращающиеся вместе с ротором [5]. Это можно использовать для уравнивания роторов, чья скорость вращения меняется в процессе эксплуатации.

С математической точки зрения для функционирования автобалансира необходимо, чтобы установившееся движение системы, в котором ротор уравновешен, было устойчиво. В настоящее время наиболее исследованы автобалансиры с корректирующими массами, двигающимися в плоскостях, перпендикулярных валу ротора. Динамика уравнивания ротора корректирующими массами, двигающимися в плоскостях, проходящих через ось вала ротора исследовалась в [6]. Остальные случаи движения АТТ как автобалансира вокруг точки на оси вала ротора по имеющимся данным на сегодня не исследовались. Исследование устойчивости установившихся движений выходит за рамки настоящей работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гусаров А.А., Сусанин В.И. и др. Автоматическая балансировка роторов машин. М.: “Наука”, 1979, 151 с.
2. Кильчевский Н.А. Курс теоретической механики, т. II. М.: “Наука”, 1977, 544 с.
3. Філімоніхін Г.Б. Автобалансуючий пристрій / Патент України № 21797 А по кл. G 01 М 1/38, -1998, Бюл.№2
4. Кравченко В.И. Автоматическое балансировочное устройство АС. 1048342 СССР МК1 G 01М 1/02.
5. Филимонихин Г.Б. Автобалансиры со связанными маятниками, насаженными на оси, перпендикулярные валу // Материалы I-го Всеукраинского съезда по теории механизмов и машин, Харьков, 18-20.06.1997. –С.66
6. Филимонихин Г.Б. О динамике уравнивания ротора связанными маятниками, насаженными на оси, перпендикулярные валу // Тез. докл. 8-й Международной конф. "Моделирование и исследование устойчивости систем", Киев, 19-22.05.1997., т.2. Механические системы, -С.135

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гусаров А.А., Сусанин В.И. и др. Автоматическая балансировка роторов машин. М.: "Наука", 1979, 151 с.
2. Кильчевский Н.А. Курс теоретической механики, т. II. М.: "Наука", 1977, 544 с.
3. Філімоніхін Г.Б. Автобалансуючий пристрій / Патент України № 21797 А по кл. G 01 М 1/38, -1998, Бюл.№2
4. Кравченко В.И. Автоматическое балансировочное устройство / а.с. СССР № 1048342 по кл. G 01М 1/02.
5. Филимонихин Г.Б. Автобалансиры со связанными маятниками, насаженными на оси, перпендикулярные валу // Материалы I Всеукраинского съезда по теории механизмов и машин, Харьков, 18-20.06.1997. –С.66
6. Филимонихин Г.Б. О динамике уравнивания ротора связанными маятниками, насаженными на оси, перпендикулярные валу // Тез. докл. 8-й Международной конф. "Моделирование и исследование устойчивости систем", Киев, 19-22.05.1997., т.2. Механические системы, -С.135.

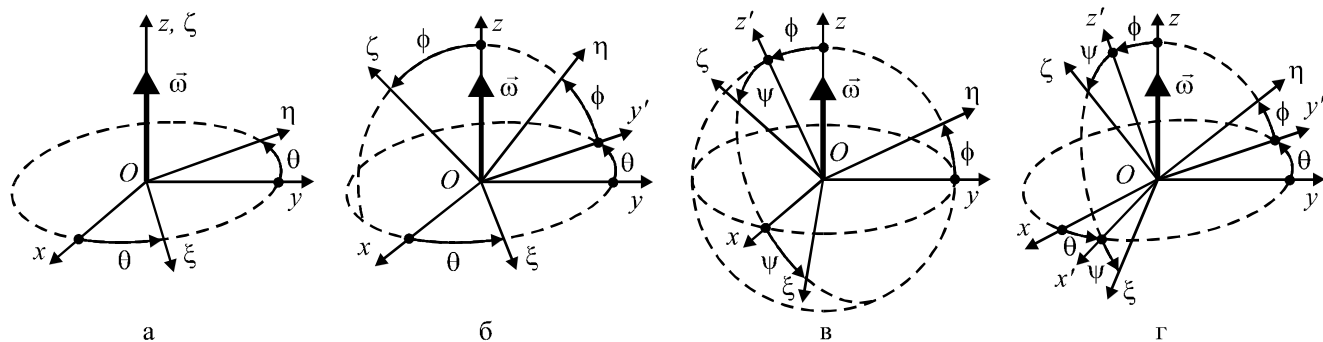


Рисунок 1. Принципиально различные случаи получения главных осей ξ, η, ζ из осей x, y, z .

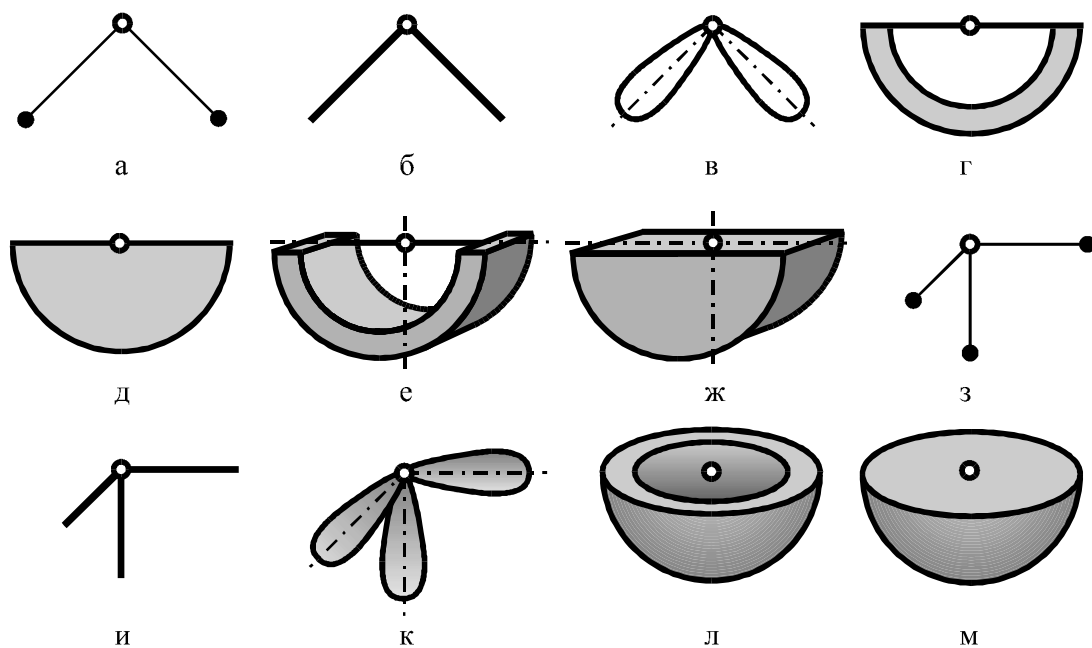


Рисунок 2. Абсолютно твёрдые тела с неподвижной точкой на оси вала ротора